

Einführungspraktikum
F0 Auswertung und Präsentation von Messdaten

Julien Kluge

20. Februar 2015

Student: Julien Kluge [REDACTED]

Partner: [REDACTED]

Betreuer: Pascal Rustige

Raum: 217

Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	1
2	Versuchsdurchführung	2
3	Mess und Fehlerwerte	2
4	Auswertung	3
4.1	Messreihe 1 & 2	3
4.1.1	Fallhöhenbestimmung & Fallzeitauswertung	3
4.1.2	Bestimmung der Erdbeschleunigung g	3
4.2	Messreihe 3	4
4.2.1	Grafische Darstellung	4
4.2.2	Regression zur Bestimmung von g und n	4
5	Fehleranalyse und Ergebniseinschätzung	5
6	Anlagen	5
6.1	Formeln	5
6.2	Abbildungen	6
7	Quellen	7

1 Abstract

Objekte die einer konstanten Beschleunigung ausgesetzt sind, legen nach einer gewissen Zeit einen Weg s zurück der nach der Gesetzmäßigkeit $s(t) = \frac{a}{2} \cdot t^2$ ~~quantisiert~~ ist. Auf der Erde wirkt dauerhaft die, für einen Ort, konstante Erdbeschleunigung g und somit kann die Gültigkeit dieses Gesetzes mit einem dafür geeigneten Versuchsaufbau validiert werden. Dabei wird ein Massestück einen Weg Δs fallen gelassen und die Fallzeit gemessen. Durch umstellen nach g (3) und ausrechnen kann nun ein Wert berechnet werden. Dieser ist scheinbar genauer, je höher man die Masse fallen lässt. Auch bei vernachlässigter Luftreibung beträgt die errechnete Erdbeschleunigung, für die ermittelten Werte, circa $(9.76 \pm 0.02) \text{ m/s}^2$. Durch nichtlineare Regression ergibt sich der Wert für g auf $(9.81 \pm 0.01) \text{ m/s}^2$. Beide befinden sich nahe am Ortstypischen Wahrheitswert von circa $(9.81257 \pm 0.00002) \text{ m/s}^2$. Auch die quadratische Abhängigkeit von der Zeit t konnte mit Regression ($\approx 2.002 \pm 0.004$) nachgewiesen werden.

Wahrheitswert=gemessener Literaturwert

Etwas langes Abstract

2 Versuchsdurchführung

Der hier gewählte Versuchsaufbau besteht aus einem Holzmaßstab (Ablesegenauigkeit: ± 1 mm) der Senkrecht aus dem Boden steht. Daneben ist eine Apparatur, welche an einem Gerüst, einen Elektromagneten und einem darunter gelegenen Sensor hält. Dazu kommt eine Digitale Messuhr, die auf $100 \mu\text{s}$ genau Anzeigen kann und welche den Elektromagneten so lang mit Strom versorgt wie sie still steht. Sollte die Uhr laufen, kann sie von einem Sensorimpuls gestoppt werden. Somit kann ein Massestück, vom Magneten gehalten werden und fällt sofort wenn die Uhr beginnt zu laufen. Sollte das Massestück am Sensor ankommen wird die Uhr gestoppt. Die Messwerte wurden bereits aufgenommen und im Script festgehalten. ~~Somit experimentierten wir nicht selbst.~~

Verweis auf Script fehlt

3 Mess und Fehlerwerte

Folgende Messwerte wurden gegeben:

Tabelle 1: Messreihen 1 & 2

Starthöhe h_0	35 cm	90 cm
	Fallzeit t (s)	Fallzeit t_n (s)
1.	0.2274	0.4044
2.	0.2276	0.4046
3.	0.2277	0.4047
4.	0.2275	0.4041
5.	0.2278	0.4050
6.	0.2279	0.4045
7.	0.2277	0.4045
8.	0.2277	0.4048
9.	0.2279	0.4050
10.	0.2277	0.4045

Tabelle 2: Messreihe 3

Starthöhe h_0 (cm)	20	25	30	35	40	45	50	55
Fallzeit t (s)	0.1430	0.1746	0.2021	0.2275	0.2473	0.2671	0.2858	0.3027
h_0	60	65	70	75	80	85	90	–
t	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	–

Dazu wurden noch der Fehler der Uhr mit $\pm 100 \mu\text{s}$ angegeben und den des Maßstabes mit ± 1 mm. Da keinerlei Ablesefehler oder Fehlerkorrektur angegeben wurde, wird von einem ~~perfekten Beobachter~~ ausgegangen.

4 Auswertung

4.1 Messreihe 1 & 2

4.1.1 Fallhöhenbestimmung & Fallzeitauswertung

Die Fallhöhe Δh hing von der Höhe des Massestücks h_0 und der des Sensors h_u ab.

$$\Delta h = h_0 - h_u \quad (1)$$

Für Messreihe 1 und 2 ist der Fehler der Fallhöhe demnach mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzungsformel (4) zu berechnen. Eingesetzt und ausgerechnet ergeben sich die Fallhöhen zu:

$$\Delta h_1 = (25.00 \pm 0.14)\text{cm}$$

$$\Delta h_2 = (80.00 \pm 0.14)\text{cm}$$

In Messreihe 3 wird analog verfahren.

Für die Fallzeiten, der Messreihen ergeben sich folgende Werte:

Messreihe Nr.	1	2
Mittelwert	0.2277	0.4046
Standartabweichung	0.0002	0.0003
Vertrauensbereich	0.0001	0.0001

Es scheint erst aufgrund der Standartabweichungen so, als wäre es besser, die Fallzeit mit einem möglichst kleinen Δh zu messen. Im folgenden wird sich herausstellen, dass dies nicht der Fall ist.

4.1.2 Bestimmung der Erdbeschleunigung g

Mithilfe der nach der Erdbeschleunigung g umgestellten Formel (3) lässt sich nun ein Wert berechnen. Der Fehler dieses Wertes wird wieder mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (4) berechnet. Es ergeben sich folgende Werte:

$$g_1 = (9.64 \pm 0.06)\text{m/s}^2$$

$$g_2 = (9.77 \pm 0.02)\text{m/s}^2$$

Hierbei wird ersichtbar warum die größere Standartabweichung in der zweiten Messreihe nicht zu einem größeren Fehler in der g -Bestimmung führt. Bei dem $\frac{\partial g}{\partial t}$ entsteht ein $\frac{1}{t^3}$. **pythagoräisch summiert**
 Da $t_1 < t_2$ gilt automatisch $\frac{1}{t_1^3} \gg \frac{1}{t_2^3}$ und somit wird der Fehler für die zweite Messreihe deutlich kleiner als der für die erste.

Berechnet man nun aus diesen Ergebnissen mithilfe des Gewichteten Mittels einen Gesamtwert für g , erkennt man dass der Wert der zweiten Messreihe über ein sechsfaches stärker gewichtet wird (mit $C = u_1^2$). Der somit entstehende Wert für die Erdbeschleunigung beträgt damit:

$$g = (9.76 \pm 0.02)\text{m/s}^2 \quad (2)$$

Dieser Wert befindet sich nahe an dem von Quelle 3 angegeben Wert von

$$g = (9.81257 \pm 0.00002)\text{m/s}^2$$

4.2 Messreihe 3

4.2.1 Grafische Darstellung

In Abbildung 2 und 3 lassen sich 2 verschiedene Visualisierungen der von Tabelle 2 stammenden Werte sehen. Abbildung 2 besitzt eine lineare Skaleneinteilung während die 3. eine logarithmische zur Basis 10 hat. Da die Messwerte nicht stark ~~divergieren~~, sind beide 'streuen' Abbildungen dazu geeignet, eine Regression in ihnen zu zeigen. Aus Abbildung 2 lässt sich außerdem der leicht quadratische Zusammenhang der Werte aufzeigen. Alles in allem ist trotzdem die lineare Skaleneinteilung zu bevorzugen, da der quadratische Zusammenhang klar wird und auch ~~besser~~ erkannt werden kann, ob eine eventuelle Regression zu den Werten passt. Die Fehlerkreuze anzugeben ist hierbei unnötig, da die Werte so präzise sind, dass sich die Fehlerkreuze in ihren Punkten befinden werden und somit nicht sichtbar sind.

4.2.2 Regression zur Bestimmung von g und n

Zu den in 4.2.1 dargestellten Visualisierungen, lässt sich eine nichtlineare Regression durchführen. Eine Linearisierung macht weniger Sinn, da sie den Wert nur verschlechtern würden. Die Fehler werden instrumentell gewichtet (mit u^{-2}). Auch hier gilt, dass die Fehlerkreuze nicht eingetragen werden.

2 Abbildungen wären besser

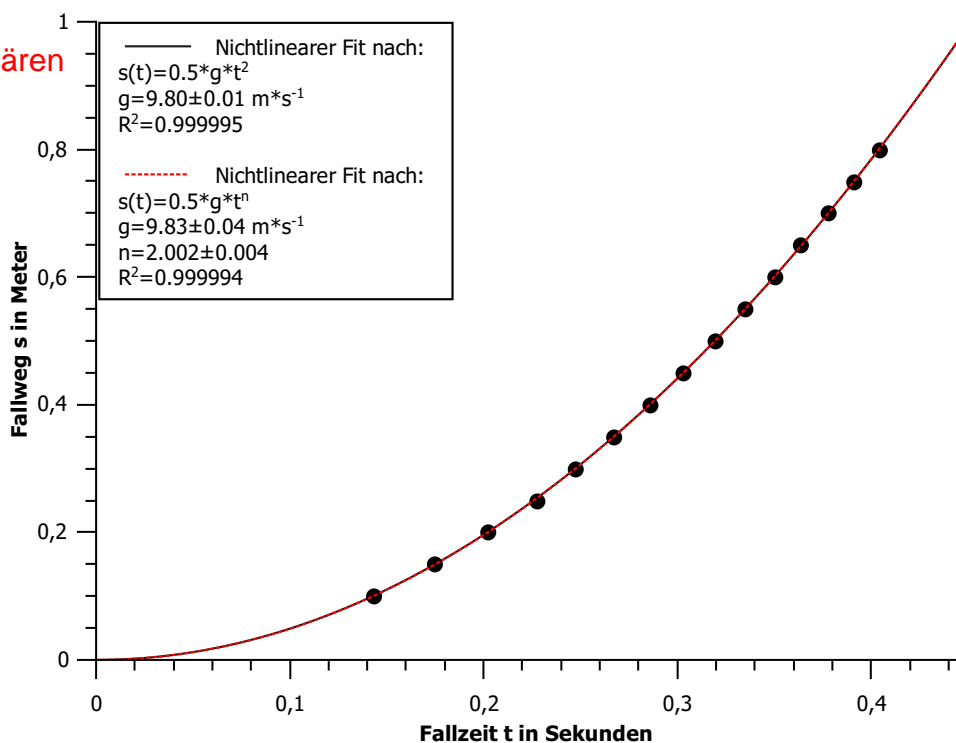


Abbildung 1: 2 nichtlineare Regressionen über die Modellfunktionen: $s_1(t) = \frac{1}{2}g \cdot t^2$ und $s_2(t) = \frac{1}{2}g \cdot t^n$

Die bestimmten Erdbeschleunigungen liegen mit ihren Grenzen in dem von Quelle 3 angegebenen Wert. Wobei, wie zu erwarten, der Fit mit $n = 2$ einen genaueren Wert ergeben hat.

5 Fehleranalyse und Ergebniseinschätzung

Ein Fehler der durch das gesamte Experiment nicht betrachtet wurde, stellt die Luftreibung da. Diese hat vor allem bei großen Δh eine große Auswirkung, da sie proportional zur Geschwindigkeit des Massestückes ist.

Eine weitere unbeachtete Kraft, ist die des Auftriebs. Auch wenn das Massestück eine sehr große Dichte gegenüber der Luft hat, existiert eine gewisse Auftriebskraft die der Erdbeschleunigung entgegen wirkt und somit den eigentlichen Wert mindert. Beide Fehler ließen sich eliminieren, indem das Experiment im Vakuum durchgeführt wird.

Eine weitere nicht beachtete Fehlerquelle ist der Elektromagnet. Er entmagnetisiert nicht instantan und wirkt somit ebenfalls eine Zeit entgegen der Erdbeschleunigung obwohl kein Strom mehr anliegt. Ebenfalls nicht beachtet (weil sehr unwahrscheinlich) ist die Form des Massestückes. Eine nicht symmetrische Form, kann durch die entmagnetisierung ein Drehmoment verursachen und der Körper kommt in Rotation wodurch die zuvor bestimmte Fallhöhe nichtmehr gültig wäre.

Für g bedeuten diese Überlegungen?

6 Anlagen

6.1 Formeln

- **Zusammenhang Erdbeschleunigung mit Weg und Zeit**

$$g = 2 \cdot \frac{h_0 - h_u}{t^2} \quad (3)$$

1. g : Erdbeschleunigung in m/s^2
2. h_0 : Höhe des Massestückes in m (gemessen am unteren Ende)
3. h_u : Höhe des Sensors in m (gemessen am oberen Ende)
4. t : Fallzeit in s

- **Gaußsche Fehlerfunktion**

$$u_f = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \cdot u_k \right)^2} \quad (4)$$

1. u_f : Fehler für unkorrelierte Größen in einer Funktion f
2. N : Anzahl aller Messwerte
3. x_k : Fehlerbehaftete Größe mit dem Index k
4. u_k : Fehler der behafteten Größe mit dem Index k

- **Gewichteter Mittelwert**

$$\overline{s_g} = \frac{\sum_{i=1}^N p_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^N p_i} \quad (5)$$

1. $\overline{s_g}$: Gewichteter Mittelwert
2. N : Anzahl aller Messwerte
3. x_i : Wert mit dem Index i
4. p_i : Gewichtung nach $\frac{C}{u_i^2}$

- **Gewichteter Fehler**

$$\bar{u}_g = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (p_i \cdot u_i)^2}}{\sum_{i=1}^N p_i} \quad (6)$$

1. \bar{u}_g : Gewichteter Fehler
2. N : Anzahl aller Messwerte
3. u_i : Fehler mit dem Index i
4. p_i : Gewichtung nach $\frac{C}{u_i^2}$

6.2 Abbildungen

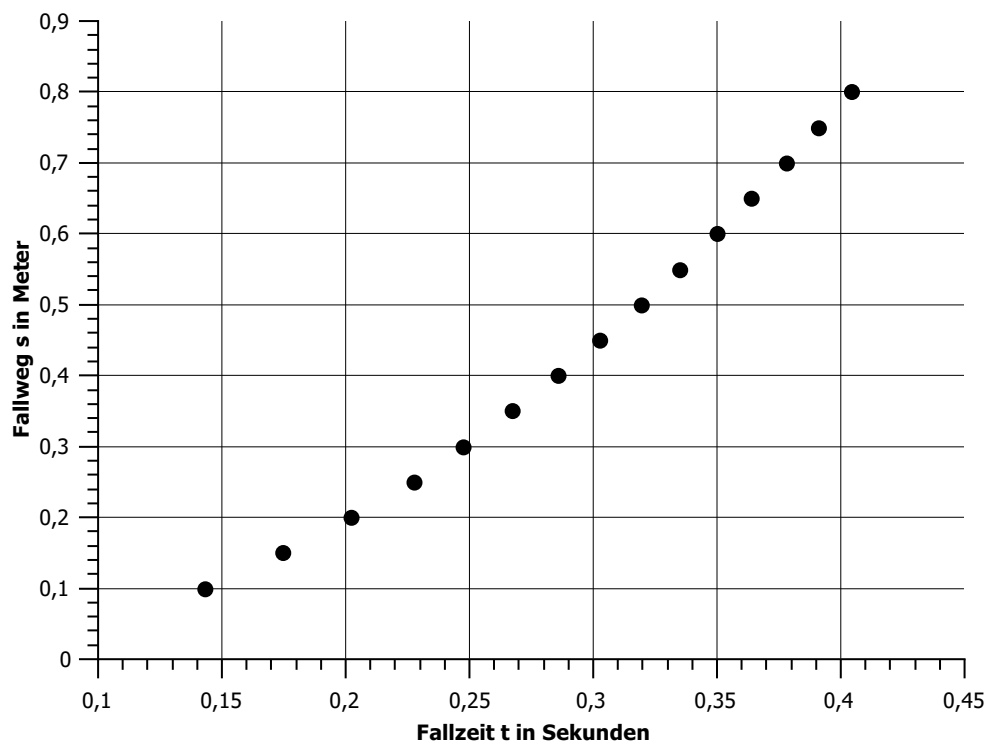


Abbildung 2: Lineare Visualisierung von $s(t)$

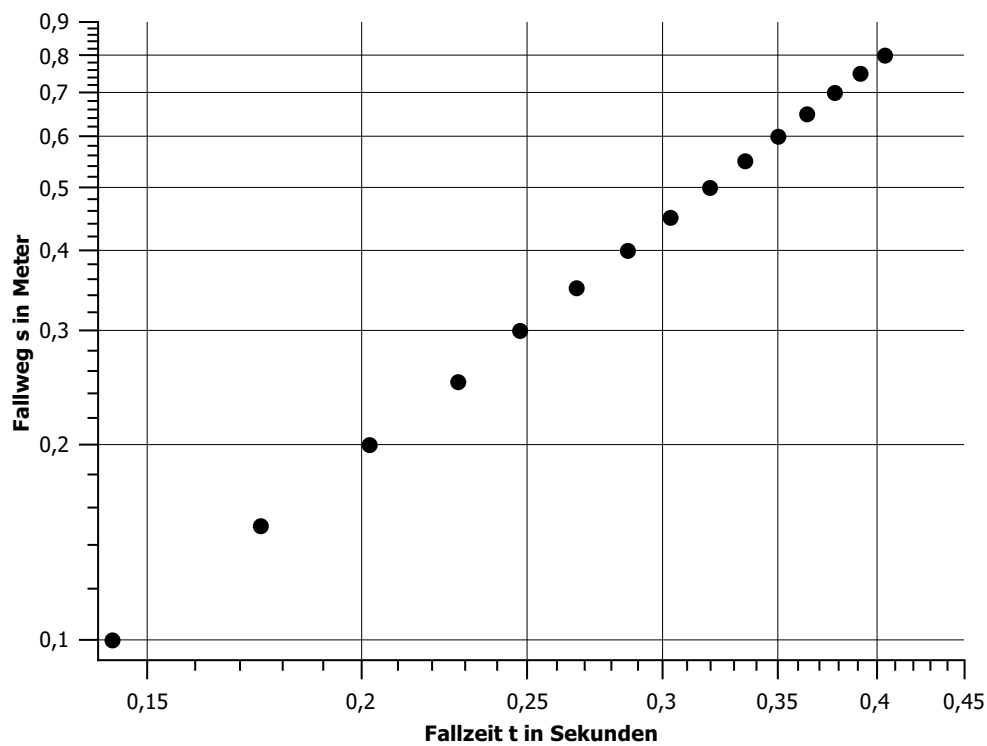


Abbildung 3: Logarithmische Visualisierung von $s(t)$

7 Quellen

1. Blaues Praktikumsscript (*Formeln und Versuchshinweise*)
2. Script zum Einführungspraktikum (*Formeln*)
3. Gravity Information System (*Wert der Erdbeschleunigung*)
<http://www.ptb.de/cartoweb3/SISproject.php>